РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ НА КУБОК ИМЕНИ Ю.А. ГАГАРИНА

2022-2023 учебный год

КУБОК ГАГАРИНА олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

ОТВЕТЫ РЭ-2023

5 класс

Максимальное количество баллов за задания:

1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма
4	4	4	4	5	5	5	5	36

1. *Максимально 4 балла.*

Нет Чтобы съесть 5 шоколадных конфет и 15 карамелек нужно иметь 70 фантиков ($5 \cdot 5 + 3 \cdot 15 = 70$). После каждой съеденной Настей конфеты число оставшихся у неё фантиков увеличивается на 1. Если бы Настя не тратила фантиков, она смогла бы собрать максимум $50 + 5 + 15 = 70$ фантиков. Но семидесятый фантик она смогла бы получить только после последней съеденной конфеты. Значит, на эту конфету ей не хватит одного фантика!

2. *Максимально 4 балла.*

Руслан Всего имеется 66 камней. В итоге мы получим 66 кучек по одному камню. Для того, чтобы первую кучку разложить по одному камню, надо 20 ходов, для второй кучки понадобиться 21 ход, для третьей — 22 (число ходов не зависит от того, отделяем по одному камню или по несколько). Итак, число ходов 20+21+22=63 и это число не зависит от того какие ходы делают партнеры. Последний, нечетный ход делает Руслан и выигрывает.

3. *Максимально 4 балла.*

8 ребят Слово "крот" не написал правильно никто, потому что никто не умеет писать одновременно и букву "р", и букву "к". Слово "рот" или "кот" должны были написать $10 + 18 = 28$ человек. Заметим, что были написаны только слова "рот", "кот" и "от". Первые два слова были написаны по 15 раз, поэтому слово "от" написали $50 - 15 - 15 = 20$ ребят из 28. Значит, только 8 ребят справились со своей задачей.

4. *Максимально 4 балла.*

9991 и 1999 Обозначим цифры, из которых были составлены числа, в порядке возрастания: A, B, C и D. Тогда самое маленькое число, составленное из этих цифр – ABCD, а самое большое – DCBA. Мы

получаем ребус ABCD + DCBA = 11990 (в котором разные буквы могут обозначать и одинаковые цифры). Сразу ясно, что A+D=10. Значит, из разряда сотен в разряд тысяч перешла единица, то есть B + C > 9. Теперь из разряда десятков видно, что B + C = 18. Поэтому B = C = 9. Следовательно, и D = 9, а A = 1.

5. *Максимально 5 баллов.*

500 Покажем, как число 500 получить на первом месте. Проведем 499 операций с числом 500, каждый раз меняя его с его левым соседом (это возможно, поскольку слева от 500 стоят числа меньшие 500, и сумма соседей участвующих в операции будет меньше 1000).

1	2	3	4	...	497	498	**499**	**500**	...
1	2	3	4	...	497	**498**	**500**	499	...
1	2	3	4	...	**497**	**500**	498	499	...
1	2	3	4	...	**500**	497	498	499	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	
1	2	**3**	**500**	...	496	497	498	499	...
1	**2**	**500**	3	...	496	497	498	499	...
1	**500**	**2**	3	...	496	497	498	499	...
500	1	2	3	...	496	497	498	499	...

Большего числа, чем 500 на первом месте получить нельзя. Для того чтобы большее число попало на первое место, одна из операций должна поменять местами его с числом 500. Но такая операция невозможна, поскольку сумма чисел в ней участвующих будет больше 1000.

6. *Максимально 5 баллов.*

Вставим первую и вторую батарейки. Если фотоаппарат не работает, то либо одна из них разряжена, либо обе. Вставим теперь третью и четвёртую батарейки. Если фотоаппарат не работает, то:

1) одна из них разряжена,
2) из первых двух разряжена одна,
3) пятая батарейка точно работает.

Осталось проверить пятую батарейку в паре с каждой из первых двух.

7. *Максимально 5 баллов.*

Девочка Пол каждого ребенка, кроме Саши, определяется по именам однозначно, поэтому мальчиков на кружке либо 4, либо 5. Предположим, что какие-то мальчики учатся в разных классах. Тогда их ответы показывают, что на кружок пришло не менее трёх мальчиков из каждого класса. Противоречие. Следовательно, все присутствующие мальчики – одноклассники, но тогда их не могло быть пятеро. Значит, Саша – девочка.

8. *Максимально 5 баллов.*

Пусть первые часы – на 7 минут, а вторые – на 11 минут.
Запустим и те, и другие часы.

Первый способ. Через 7 минут первые часы перевернём, а еще через 4 минуты, т.е. когда на вторых часах весь песок уйдёт вниз, вновь перевернём первые часы. В этот момент в первых часах внизу будет песок на 4 минуты, а вверху – на 3 минуты. Значит, при перевороте первых часов мы сможем отмерить еще 4 минуты.

Второй способ. Спустя 7 минут, т.е. когда на первых часах весь песок уйдёт вниз, на вторых часах останется вверху песок на 4 минуты. С этого момента начинаем отсчёт. Как только на вторых часах весь песок уйдёт вниз, перевернём их и отмерим еще 11 минут.